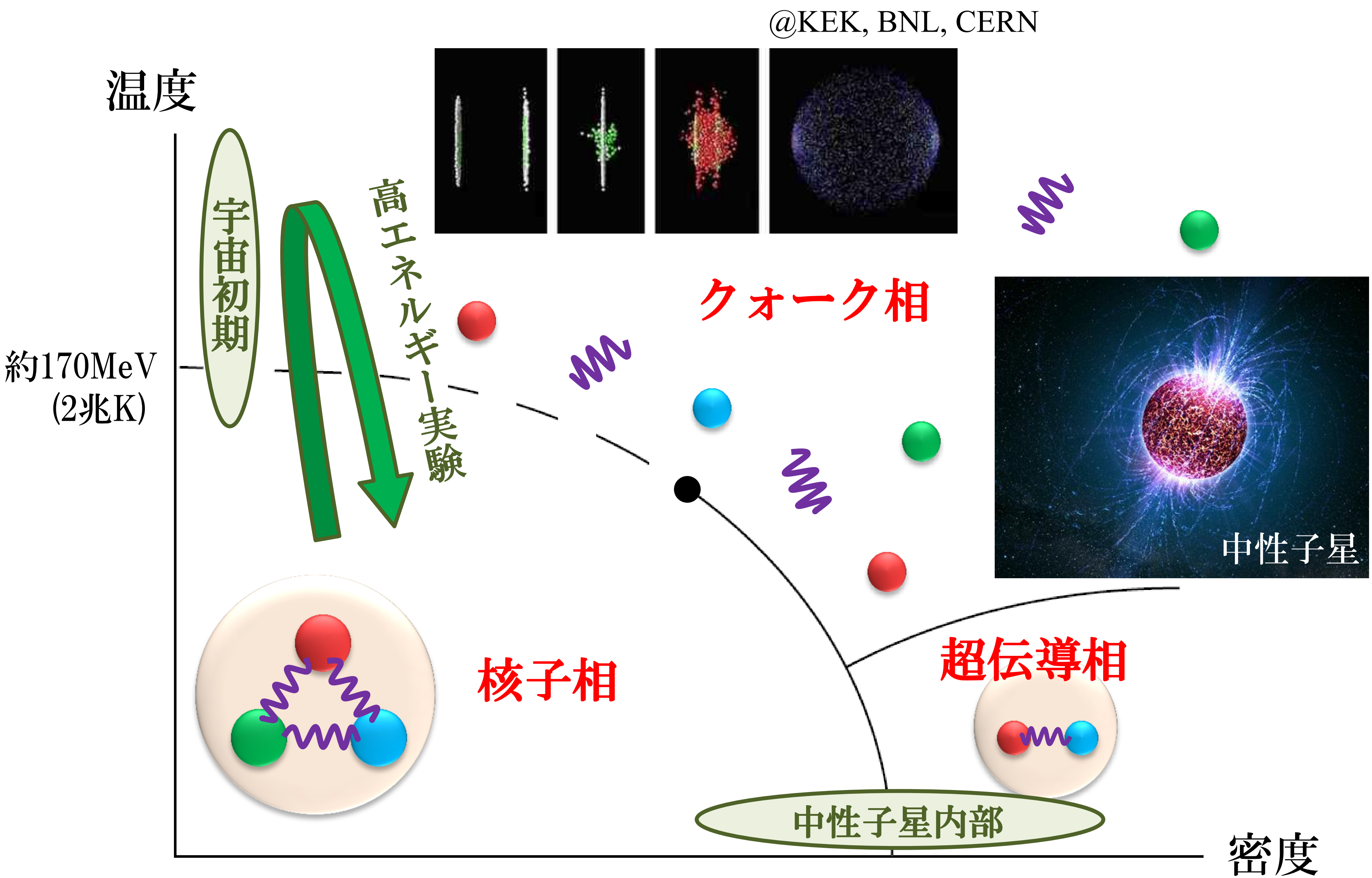
符号問題のない領域からのQCD相図の研究

境　祐二

理研仁科センター

QCD相図

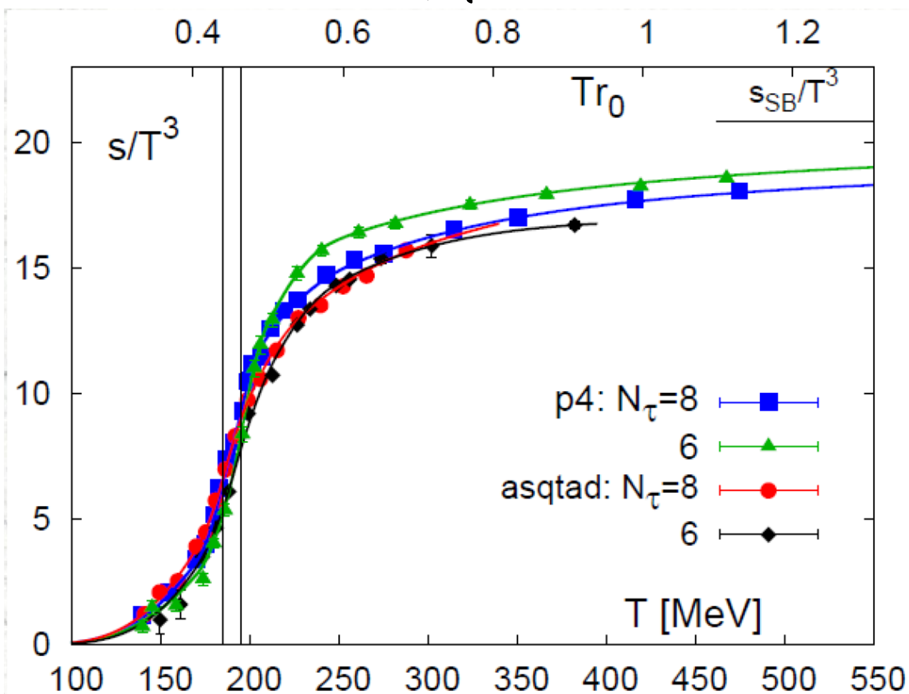


@KEK, BNL, CERN
温度
宇宙初期
高エネルギー実験
約170MeV
(2兆K)
クォーク相
中性子星
核子相
超伝導相
中性子星内部
密度

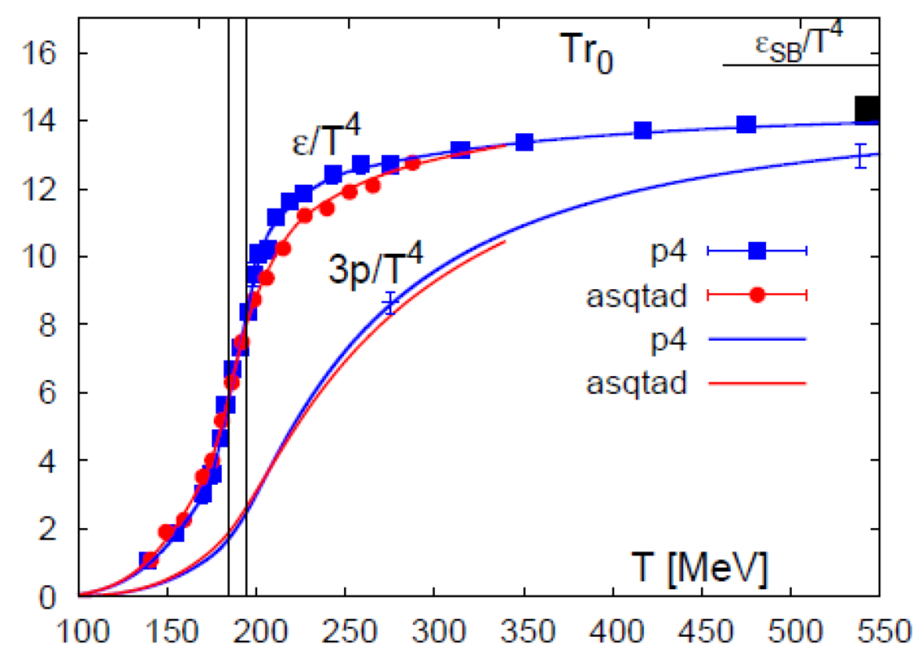
QCD @ 有限温度

格子QCDによる数値シュミレーション結果 @ μ=0

エントロピー



エネルギー密度

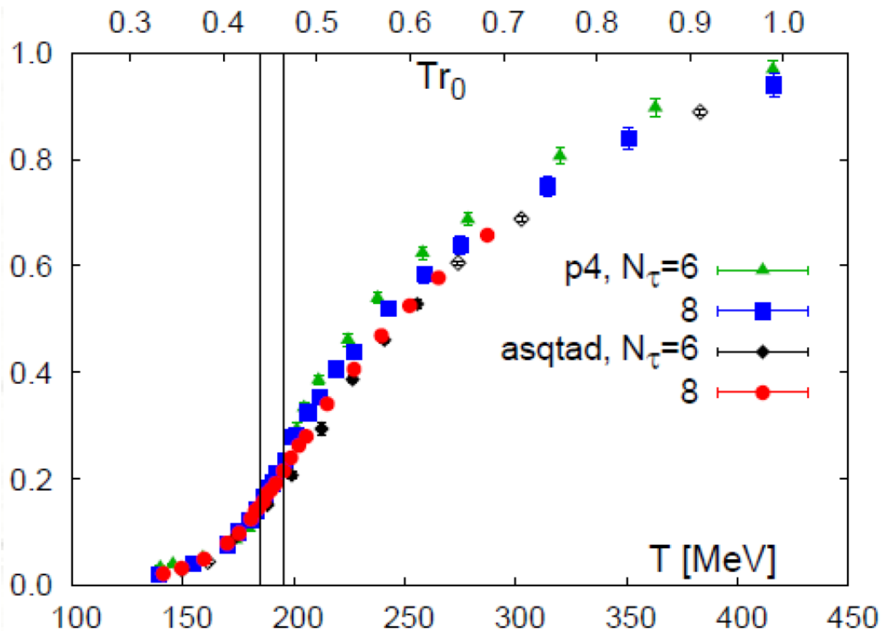


HotQCD Collaboration, M. Cheng, *et al*, Phys. Rev. D81, 054504 (2010).
Wuppertal-Budapest Collaboration, S. Borsanyi, *et al*, Nucl. Phys. A855, 253 (2011).

秩序変数のふるまい @ 有限温度

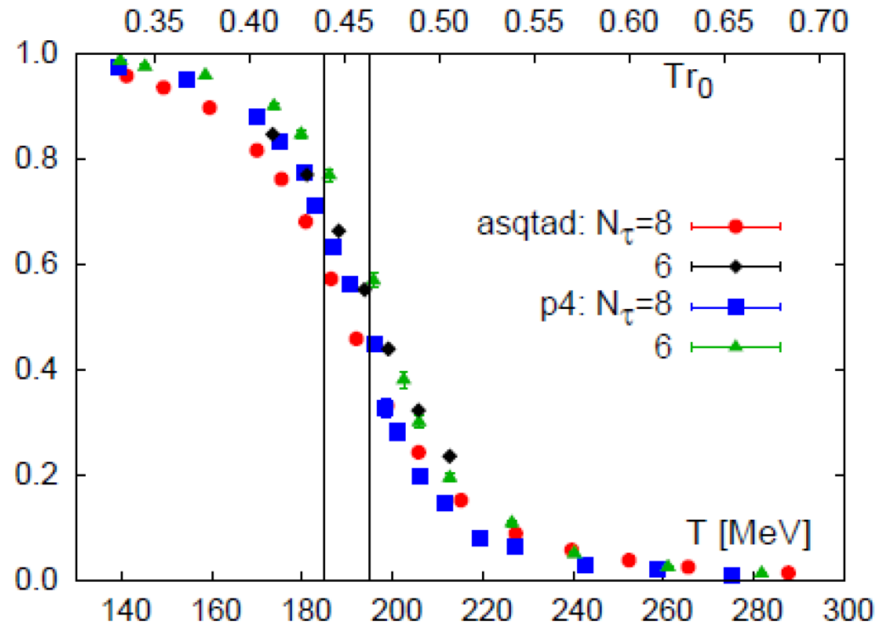
閉じ込め相転移

ポリヤコフ・ループ $\Phi = \langle q_{(\beta)} | q_{(0)} \rangle$



カイラル相転移

カイラル凝縮 $\sigma = \langle \bar{q} q \rangle$



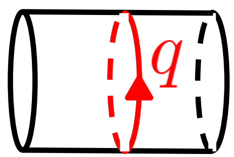
カイラル相転移と閉じ込め相転移はほぼ同時に起こっている。

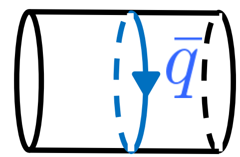
HotQCD Collaboration, M. Cheng, *et al*, Phys. Rev. D81, 054504 (2010).
Wuppertal-Budapest Collaboration, S. Borsanyi, *et al*, Nucl. Phys. A855, 253 (2011).

QCD @ 有限密度

符号問題　$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_i w_i \mathcal{O}_i, \quad w_i \in \mathbb{C}$ for $\mu_q \neq 0$

$$w \sim e^{+\beta\mu_q} \mathrm{tr}_c L \; + \; e^{-\beta\mu_q} \mathrm{tr}_c L^\dagger$$





符号問題がない領域

$$w^*(\mu_q) = w(-\mu_q)$$

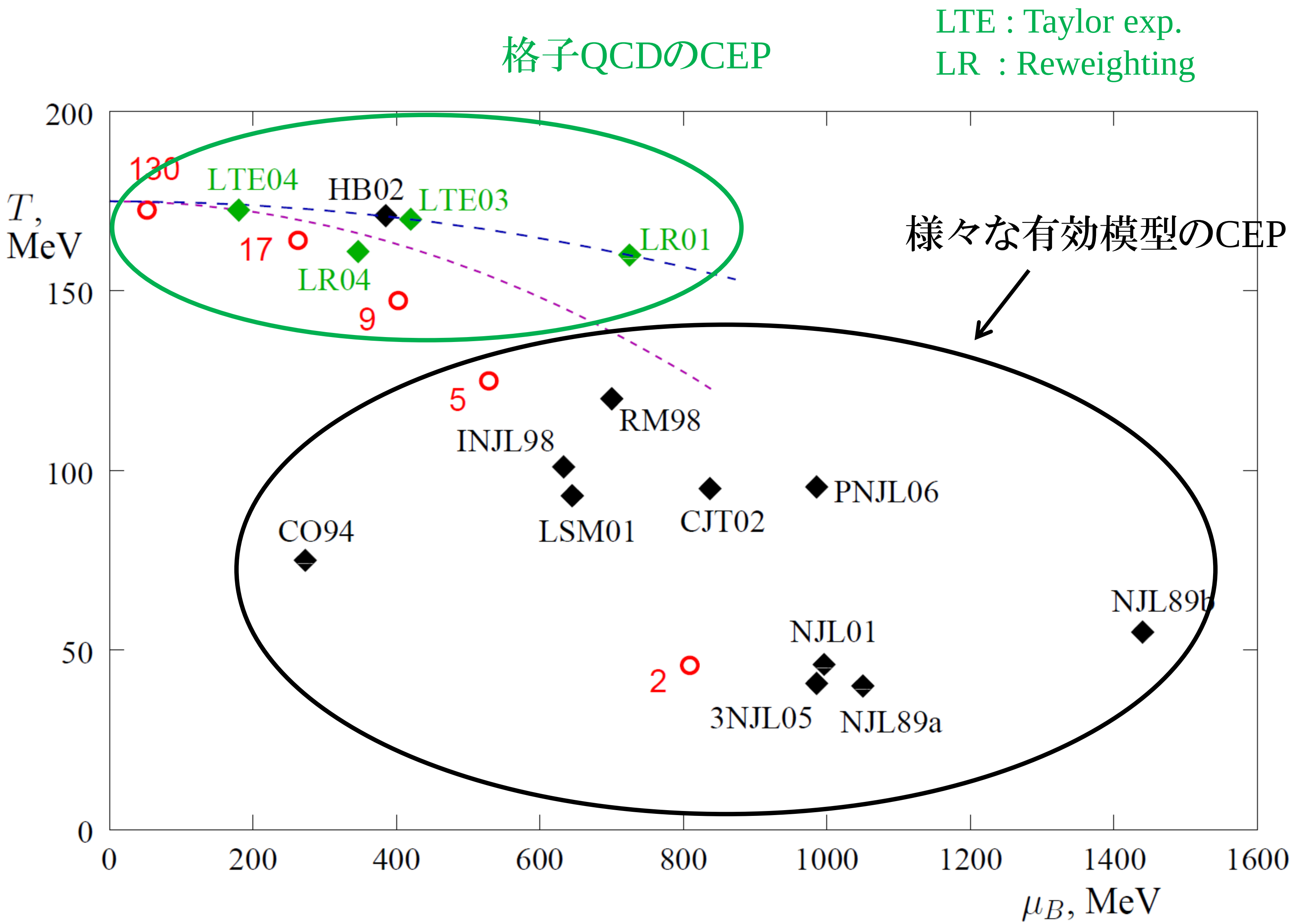
純虚数化学ポテンシャル　$\beta\mu_q = i\theta_q$

$$w \sim e^{i\theta} \mathrm{tr}_c L + e^{-i\theta} \mathrm{tr}_c L^\dagger \in \mathbb{R}$$

アイソスピン化学ポテンシャル　$\mu_u = -\mu_d = \mu_{\mathrm{iso}}$

$$w = w_u + w_d = w_u + w_u^* \in \mathbb{R}$$

有効模型


LTE : Taylor exp.
LR : Reweighting
格子QCDのCEP
様々な有効模型のCEP
T, MeV
μB, MeV
130
17
9
5
2
LTE04
HB02
LTE03
LR01
LR04
RM98
INJL98
LSM01
CJT02
PNJL06
CO94
NJL89b
NJL01
3NJL05
NJL89a
0
50
100
150
200
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600

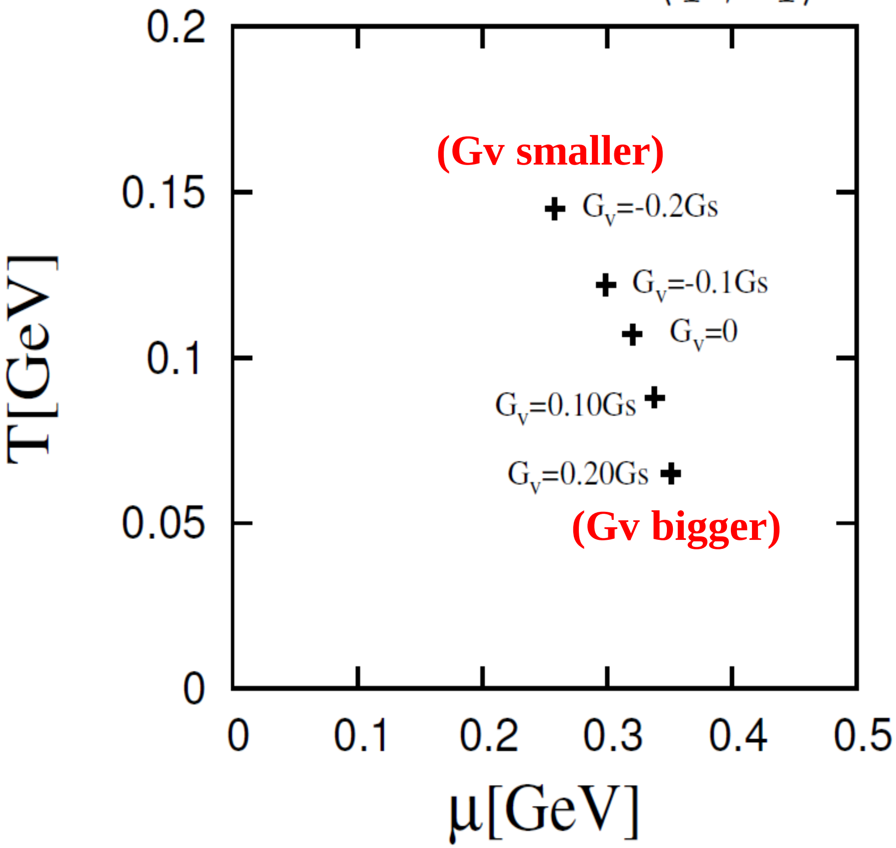
NJL模型の不定性

ベクター型相互作用

$$\boxed{-G_{\mathrm{v}}(\bar{q}\gamma_\mu q)^2}$$

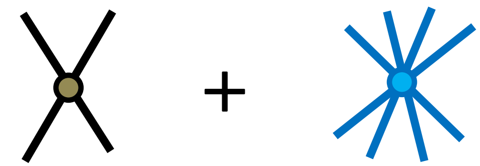
$$\sim -G_{\mathrm{v}} n^2$$

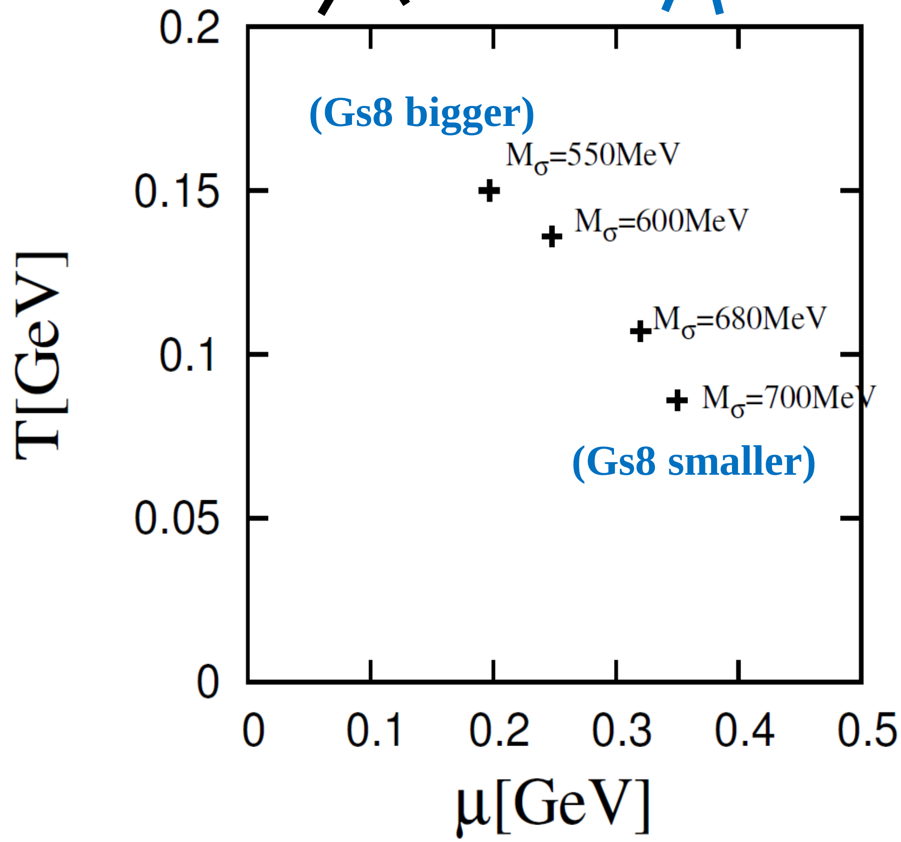
$$n = \langle \bar{q}\gamma_0 q \rangle$$



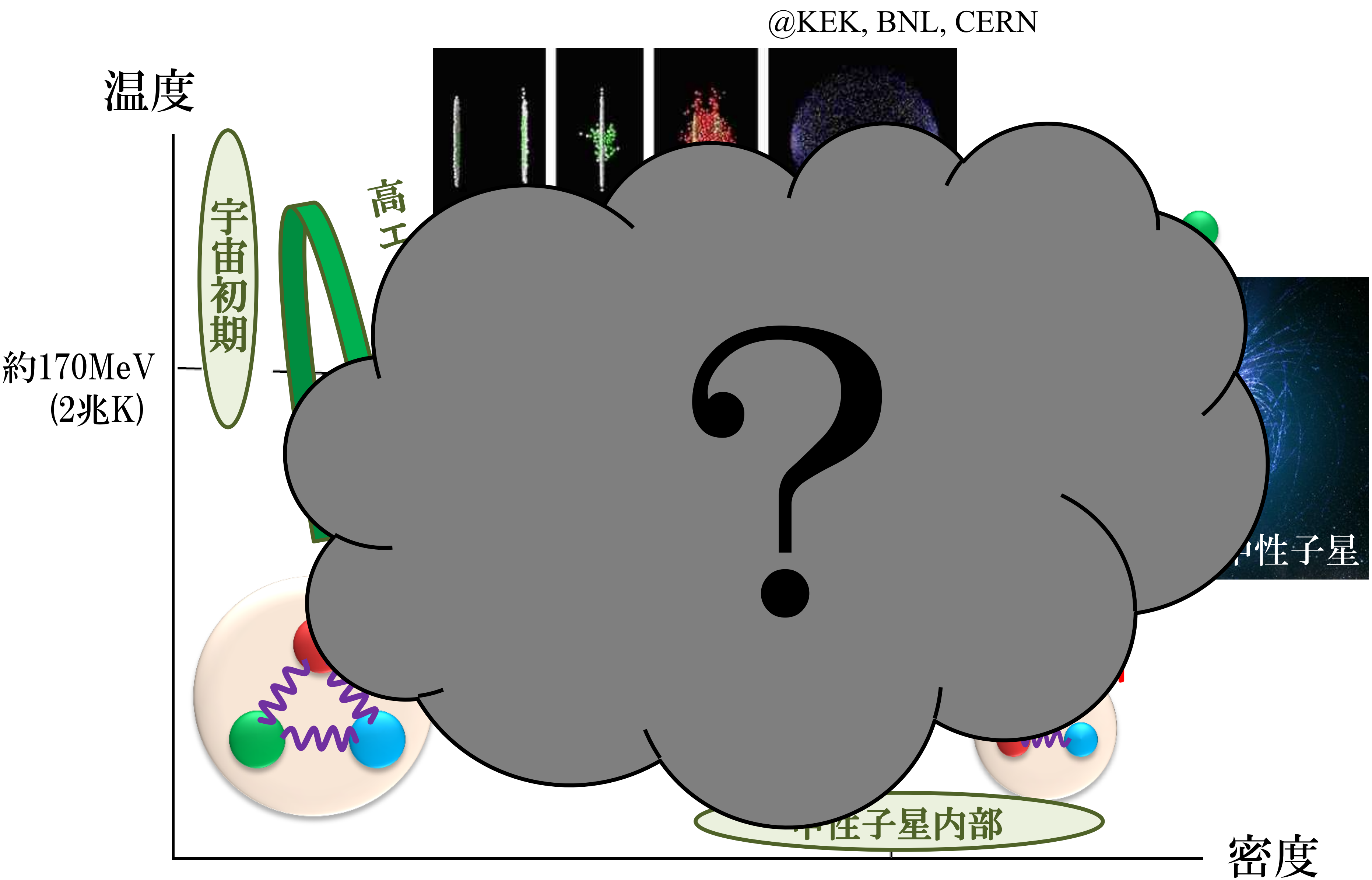
8点相互作用

$$\boxed{G_{s8}[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2]^2}$$





QCD相図



研究戦略

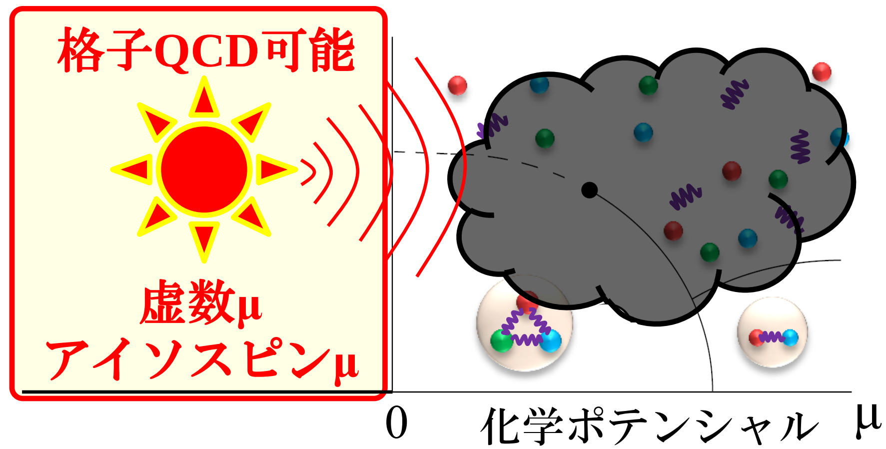
格子QCDが計算可能な領域に注目

虚数化学ポテンシャル

実数μとFourier変換を通した厳密な関係
実数μの情報を持っている

アイソスピン化学ポテンシャル

中性子星、実験ではアイソスピン非対称



この領域で格子QCDを再現する有効模型を構築

格子QCD計算を行い、有限密度におけるQCDの情報を集める。

得られた格子QCDと比較することで、有限密度で信頼できる有効模型を構築する。

構築した有効模型をもとにQCD相構造を解明する

PNJL模型

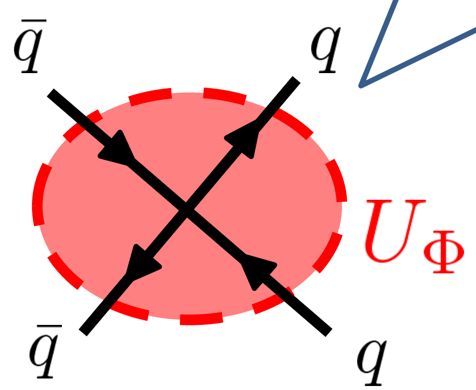
Polyakov-loop extended NJL (PNJL) 模型

(カイラル相転移；NJL-type 相互作用) + (閉じ込め相転移；Polyakov ポテンシャル)

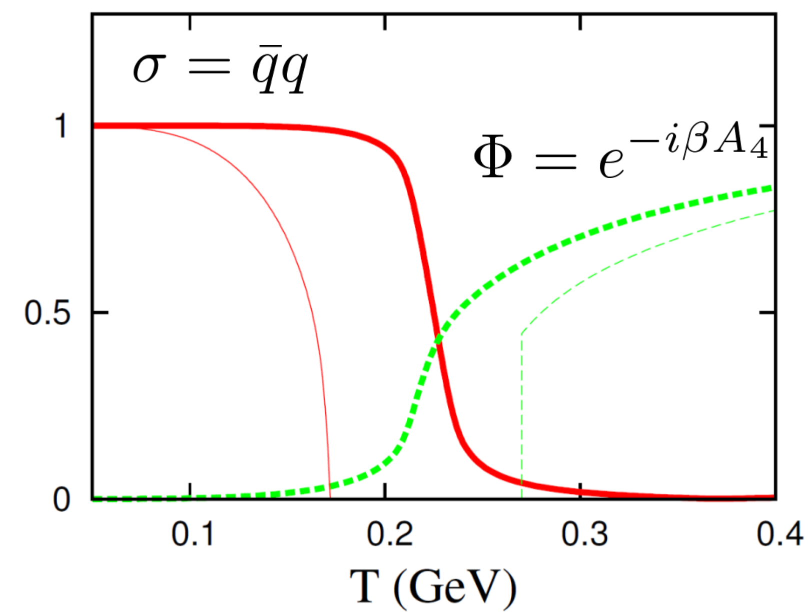
$$\mathcal{L} = \bar{q}(\gamma_\nu D_\nu + m_q - \mu_q \gamma_4)q - G_{\mathrm{s}}[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2] + U_\Phi$$

$D_\nu = \partial_\nu + iA_4\delta_{4\nu}$　カイラル相転移と閉じ込め相転移の結合

静的なグルーオン背景の中でクォークが相互作用している。



格子QCDを再現するように決める。



虚数クォーク化学ポテンシャル

Physical Review D 77, 051901 (R) (2008),
Physical Review D 78, 036001 (2008),
Physical Review D 78, 076007 (2008),
Physical Review D 79, 096001 (2009).

虚数化学ポテンシャル

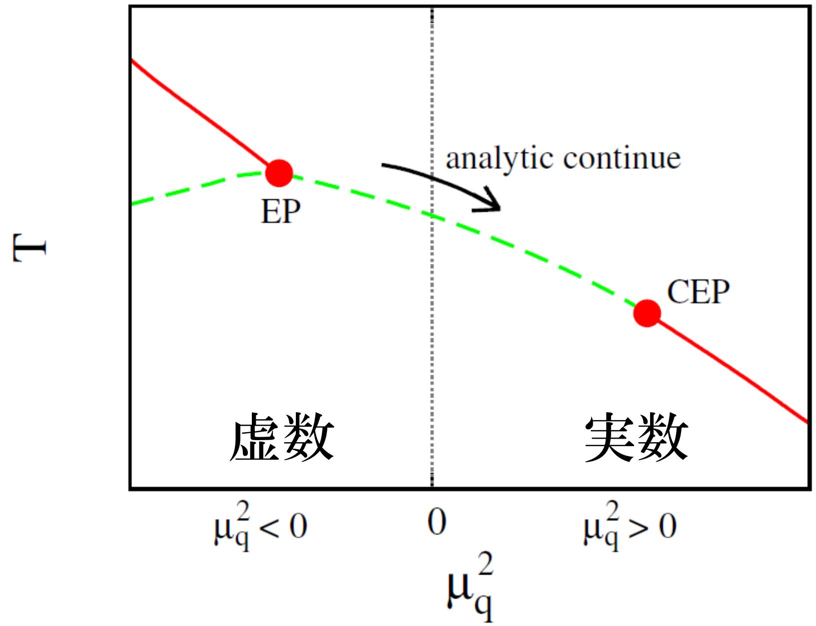
符号問題がなく、格子QCD計算可能

得られた結果を実数μへ解析接続

$-\mu_q^2 \longrightarrow +\mu_q^2$

虚数
(格子QCD)

実数
(符号問題)



虚数μにおけるQCDの特徴

$$w \sim e^{i\theta}\mathrm{tr_c}L + e^{-i\theta}\mathrm{tr_c}L^\dagger, \quad \theta = \mu/T$$

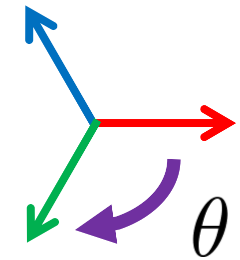
Z3変換 + θ のシフトで不変

$$\mathrm{tr_c}L \to e^{-i2\pi/3}\mathrm{tr_c}L, \quad \theta \to \theta + 2\pi/3$$

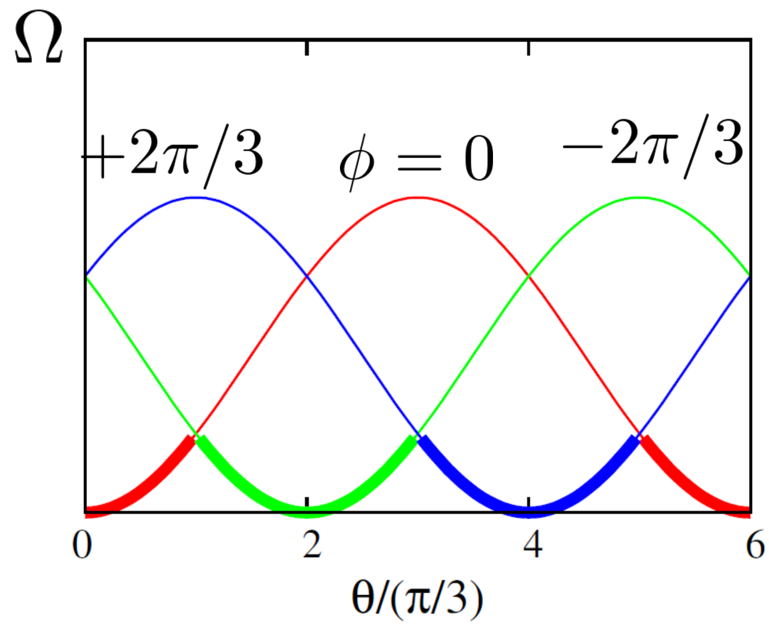
Roberge-Weiss (RW)周期性 $\quad Z(\theta_q) = Z(\theta_q + 2\pi/3)$

Roberge – Weiss 相転移

不変性 $\mathrm{tr_c}L \to e^{-i2\pi/3}\mathrm{tr_c}L, \quad \theta \to \theta + 2\pi/3$



$\theta_q \to \theta_q + 2\pi/3$ で、異なる Z_3セクターへ真空が移動する。



低温側; なめらかに移行

高温側; 1次相転移 @ $\theta_q = \pi/3$

RW相転移

ポリヤコフ・ループの位相 ϕ

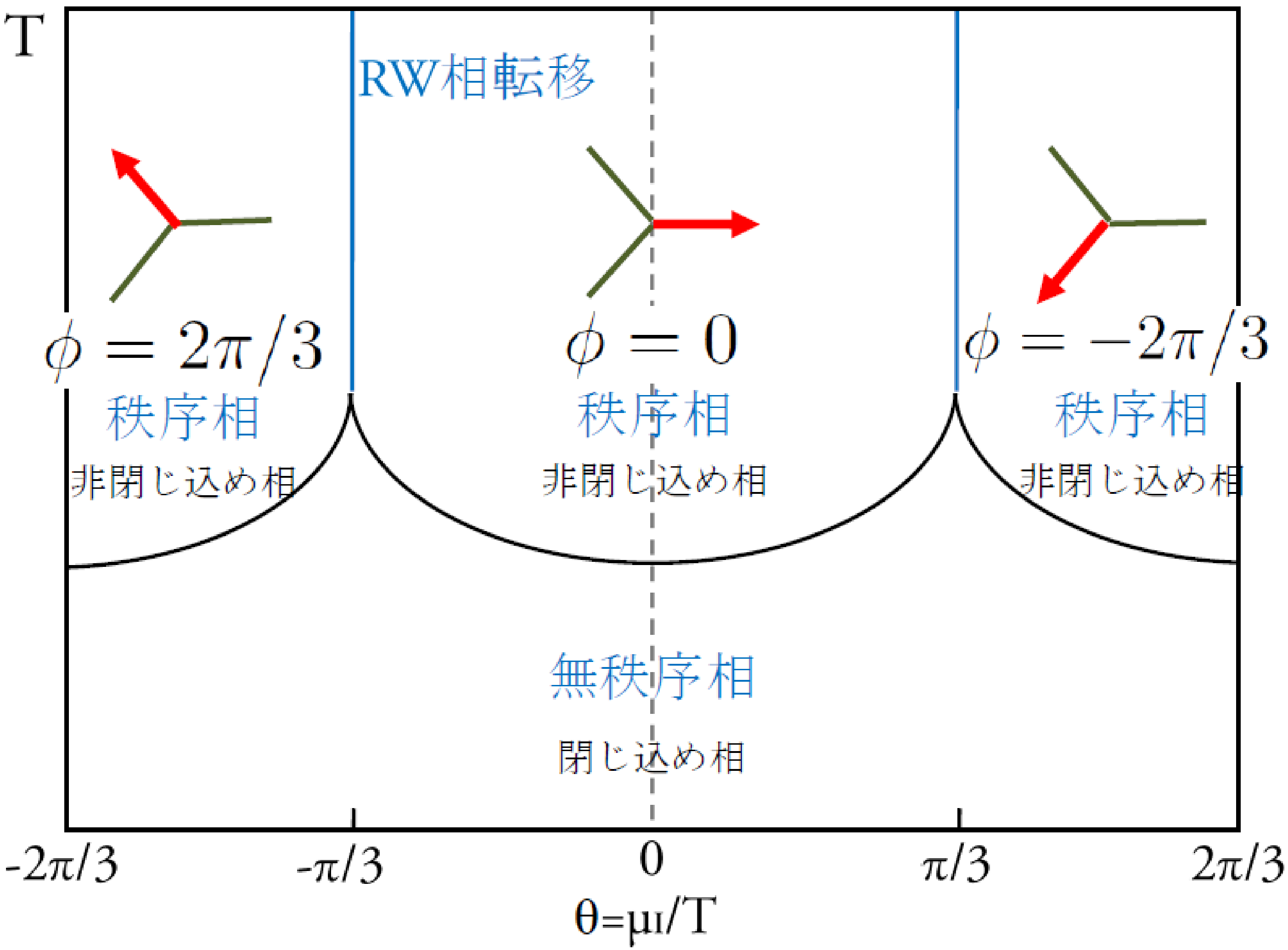
数密度 $n_q \sim \partial\Omega/\partial\theta_q$

が不連続

PNJL模型はRW周期性やRW相転移を記述する唯一の模型

相図 @ 虚数μ

$$\langle \mathrm{tr_c} L \rangle = |\Phi| e^{i\phi}$$



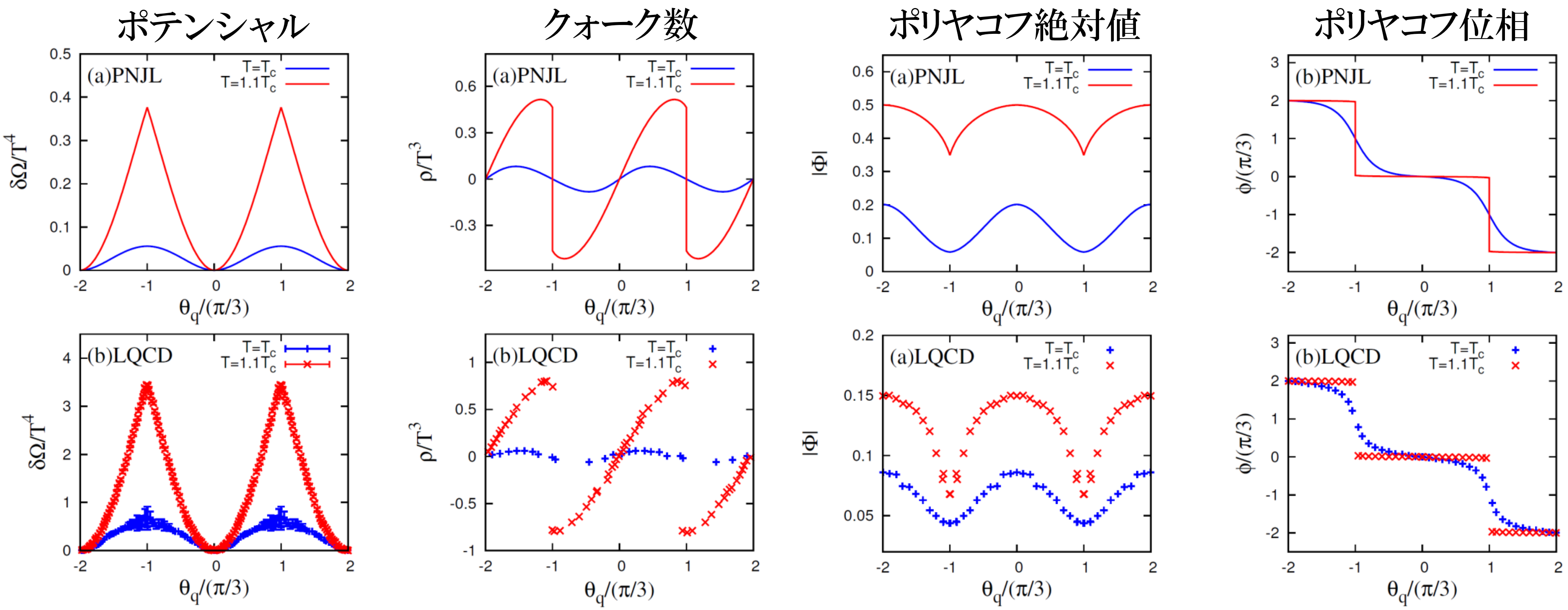
格子QCDとの比較

様々な物理量に対して、PNJL模型は格子QCDを再現する。

様々な物理量の虚数μ 依存性 (θ=μ/T)

低温 (青)　高温 (赤)

上図：有効理論
下図：格子QCD



LQCD/ Forcrand, Philipsen, Nucl. Phys. B642, 290 (2002),
Nagata, Nakamura, Phys. Rev. D83, 114507 (2011).

相図

閉じ込め相転移；PNJL模型は格子QCDを再現する。

LQCD/ Forcrand, Philipsen, Nucl. Phys. B642, 290 (2002).

PNJL模型

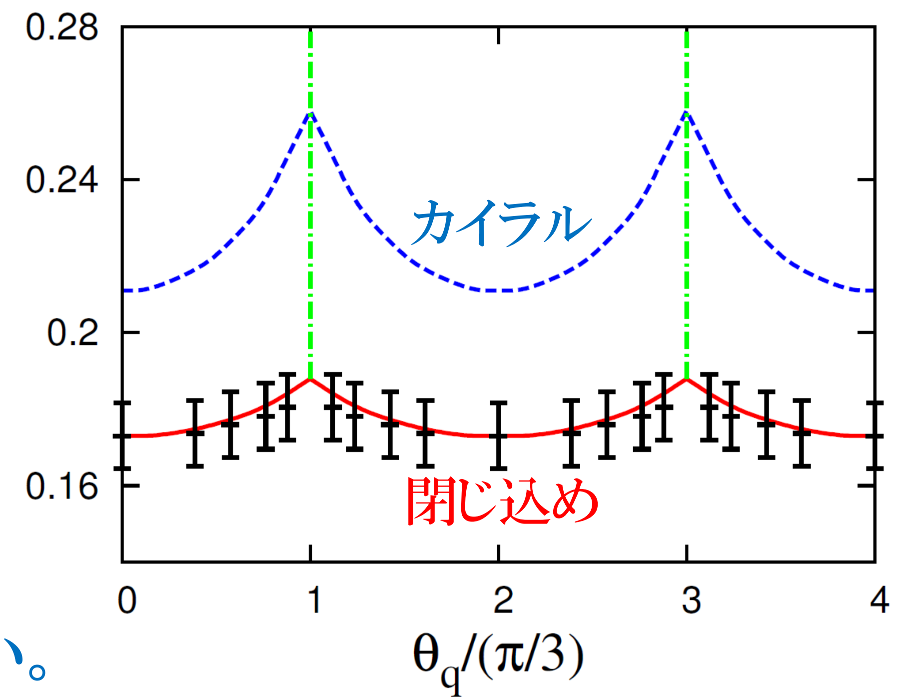
カイラル相転移 ≠ 閉じ込め相転移

格子QCD

カイラル相転移 = 閉じ込め相転移

カイラル相転移

PNJL模型は格子QCDを再現しない。



PNJL模型では2つの相転移間の相関が弱い

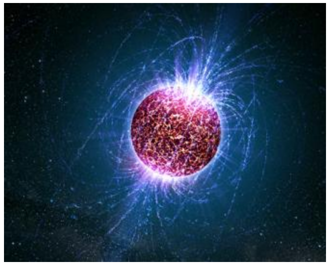
アイソスピン化学ポテンシャル

Journal of Physics G 37 (2010) 105007,
Physical Review D 82, 116004 (2010).

アイソスピン化学ポテンシャル

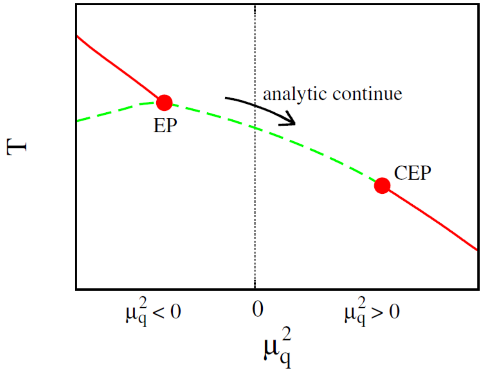
符号問題がなく、格子QCD計算可能 $\mu_u = -\mu_d = \mu_{\mathrm{iso}}$

中性子星内部や原子核衝突実験ではアイソスピン非対称



実数μでも虚数μでも格子QCD計算可能

→ 解析接続の方法の妥当性のチェック



$\underline{\underline{\pi_+ = u\bar{d}}}$

$M_\pi - 2\mu_{\mathrm{iso}} < 0$ でパイオンのBose凝縮が起こる。

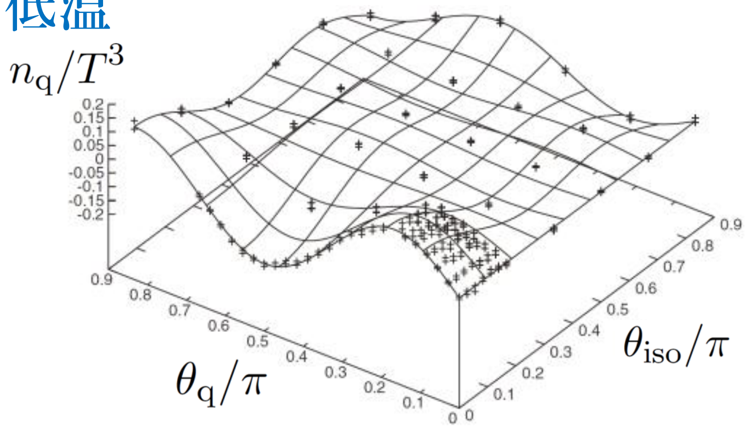
虚数アイソスピンでは、パイオン凝縮は起こらない。

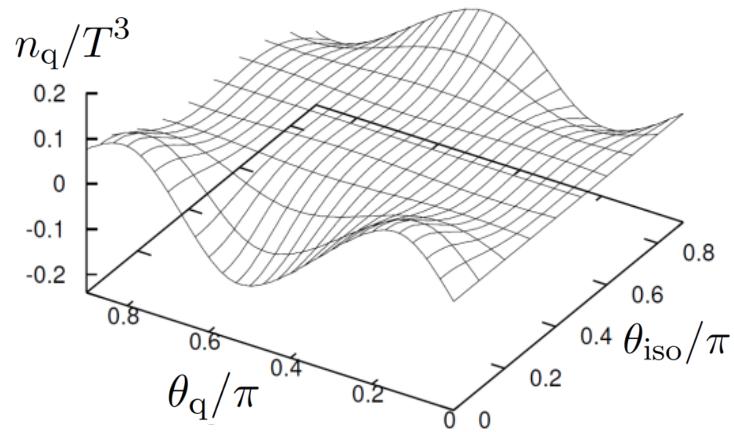
虚数アイソスピンμ

$$\theta_{\mathrm{q}} \rightarrow \theta_{\mathrm{q}} + 2\pi/3, \quad \theta_{\mathrm{iso}} \rightarrow \theta_{\mathrm{iso}} + 2\pi$$

LQCD/ D’Elia, Sanfilippo, Phys. Rev. D80, 014502 (2009).

低温

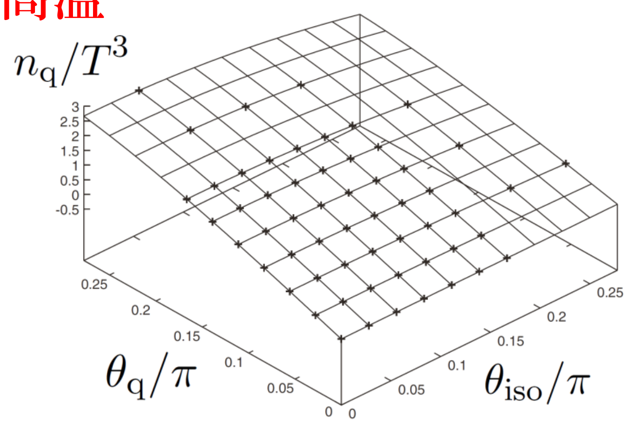


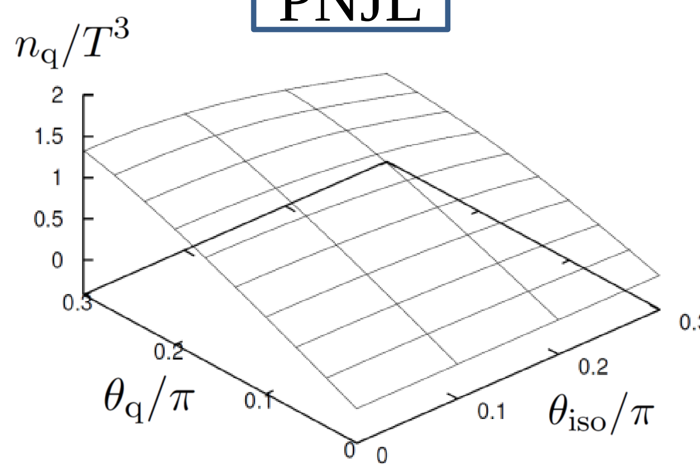


LQCD

PNJL

高温





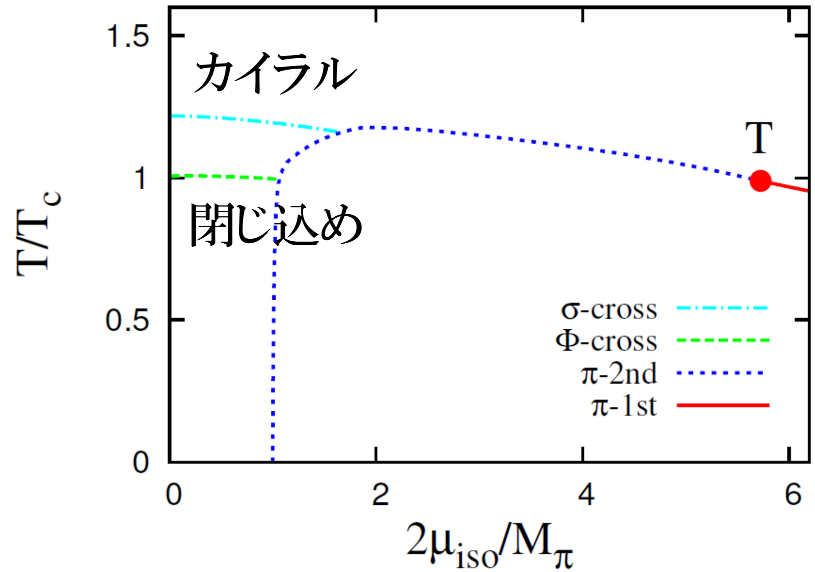
実数アイソスピンμ

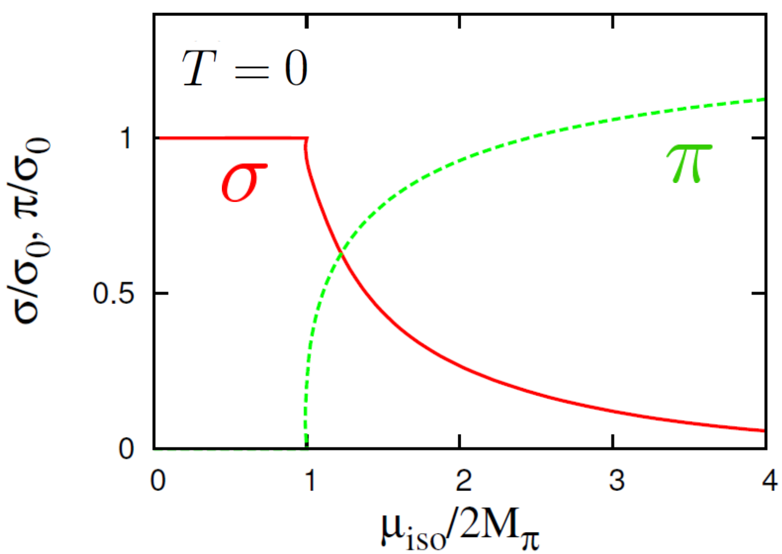
$\mu_{\rm iso} \geq M_\pi/2$　パイオン凝縮相

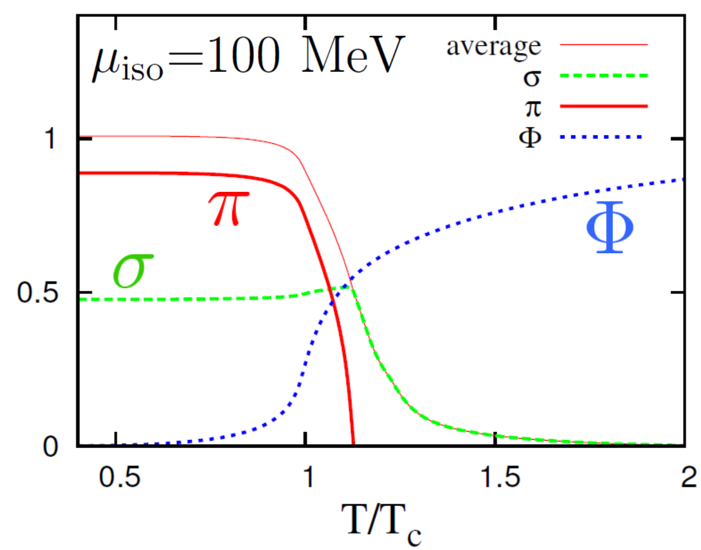
閉じ込め相転移　≠　カイラル相転移

↕

格子QCDでは、2つの相転移は一致







EPNJL模型

虚数μ、アイソスピンμ 領域でPNJL模型は、格子QCDの結果を定性的に再現する。

しかし、カイラルと閉じ込めの相転移温度が異なることは格子QCDの結果と矛盾

⬇

PNJL模型における2つの秩序変数の相関が弱いため

Entanglement PNJL(EPNJL)模型

Physical review D 82, 076003 (2010),
Physics Letters B 705 (2011) 349-355,
Journal of Physics G 39 (2012) 035004

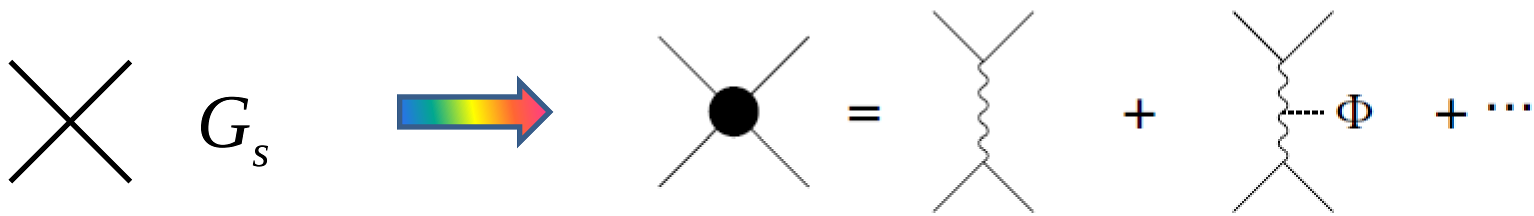
Entanglement – PNJL (EPNJL) model

ポリヤコフループ (Φ) に依存した4点相互作用

$$G_s(\Phi)[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2]$$

PNJL

Entanglement-PNJL (EPNJL)



関数形は、対称性を満たす形で入れる

$$G_s(\Phi) = G_s[1 - \alpha_1 \Phi\Phi^* - \alpha_2(\Phi^3 + \Phi^3)]$$

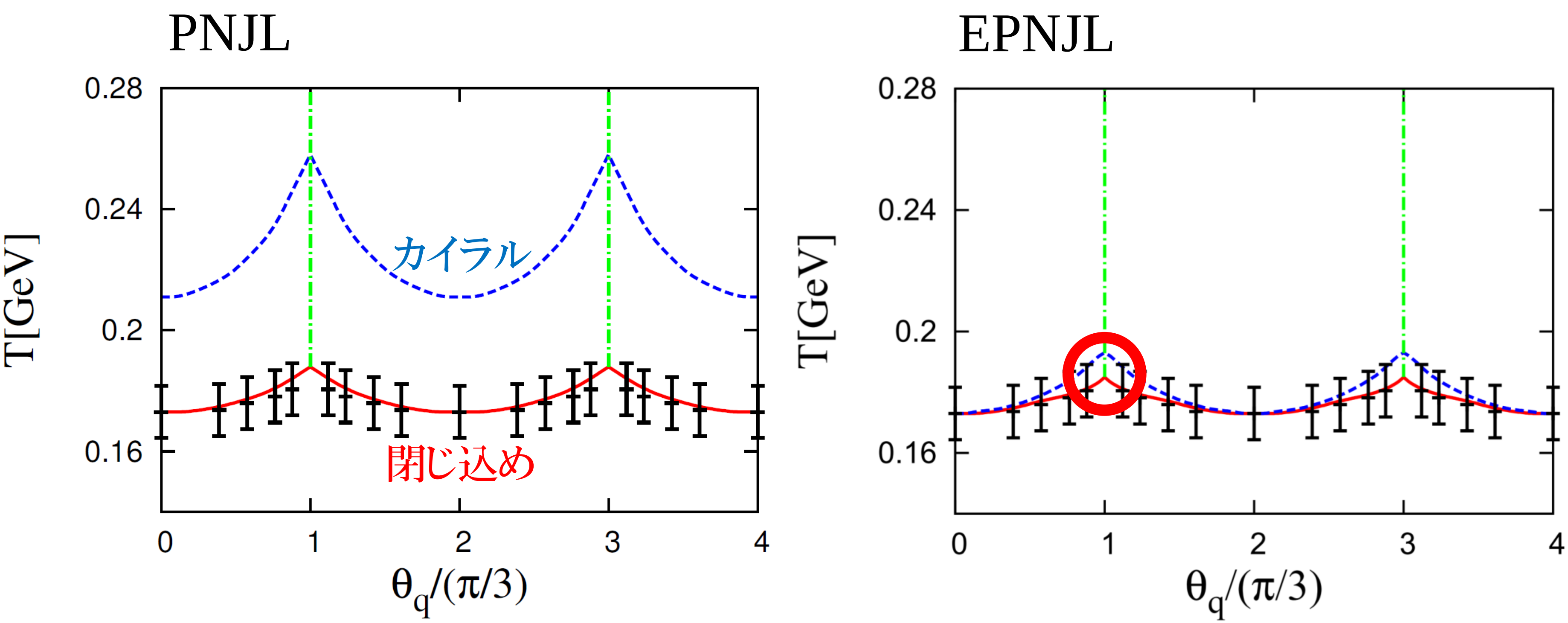
パラメータは虚数μの格子QCDを再現するように決める。

その妥当性は、アイソスピンμの格子QCDと比較することで確かめられる。

虚数クォーク化学ポテンシャル

EPNJL模型においてカイラル相転移と閉じ込め相転移は一致

格子QCDを再現



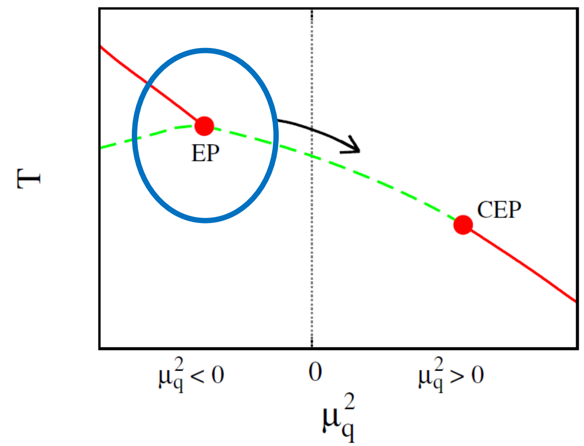
$\theta = \mu/T$

LQCD/ Forcrand, Philipsen, Nucl. Phys. B642, 290 (2002).

相転移の次数 @ RW端点

臨界的性質(相転移の次数) は系を特徴付ける。

実数 μ 領域へ影響を与える可能性がある。

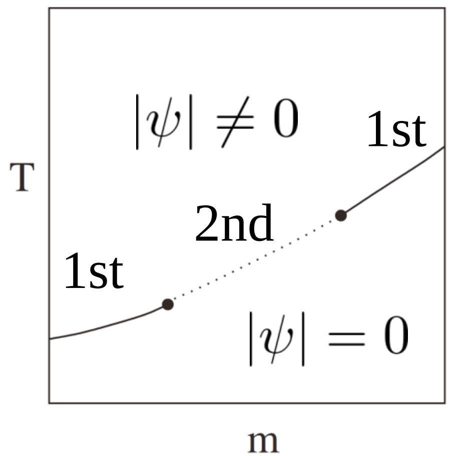


RW相転移の端点に注目

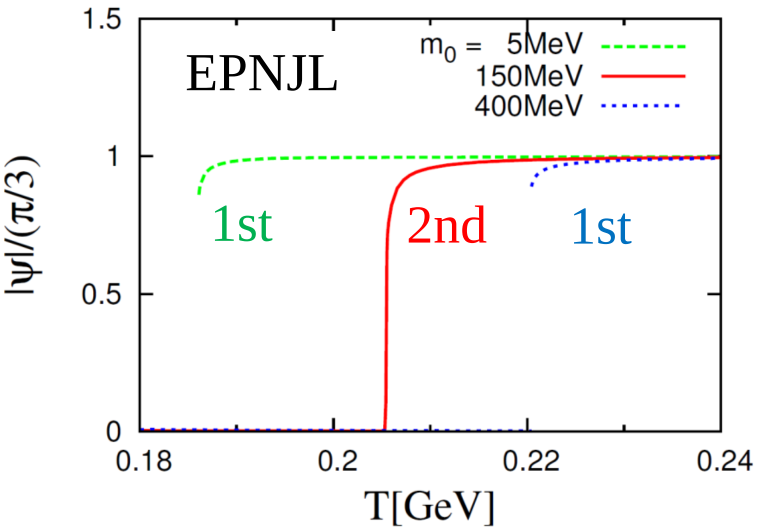
格子QCD； 相転移の次数がクォーク質量に依存

D'Elia, Mukherjee, Sanfilippo, Phys. Rev. D83, 054505 (2011),
Forcrand, Philipsen, Phys. Rev. Lett. 105, 152001 (2010).

PNJL ；再現しない　EPNJL；再現する



Phase of the Polyakov loop



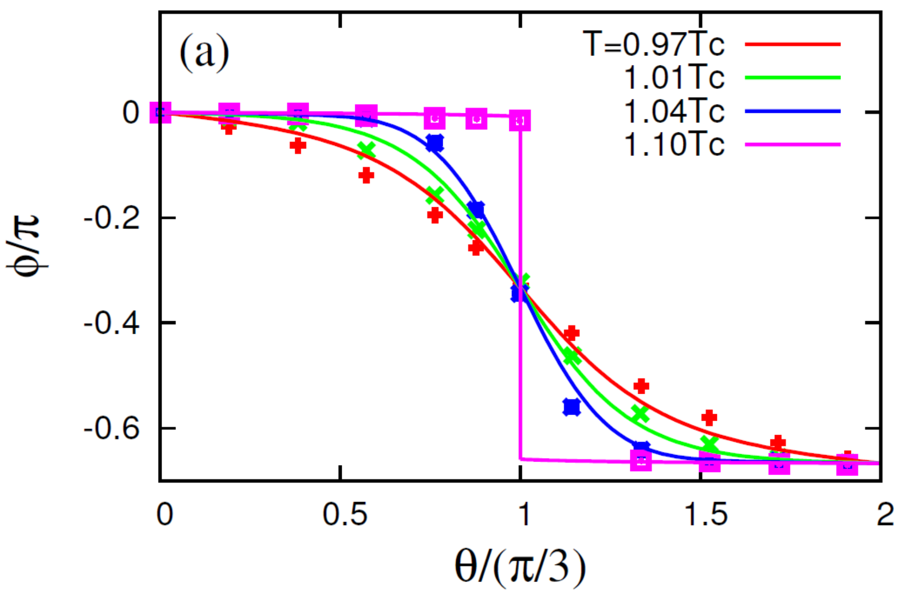
格子QCDとの比較

温度、密度依存性についてもEPNJL模型は格子QCDをよく再現する。

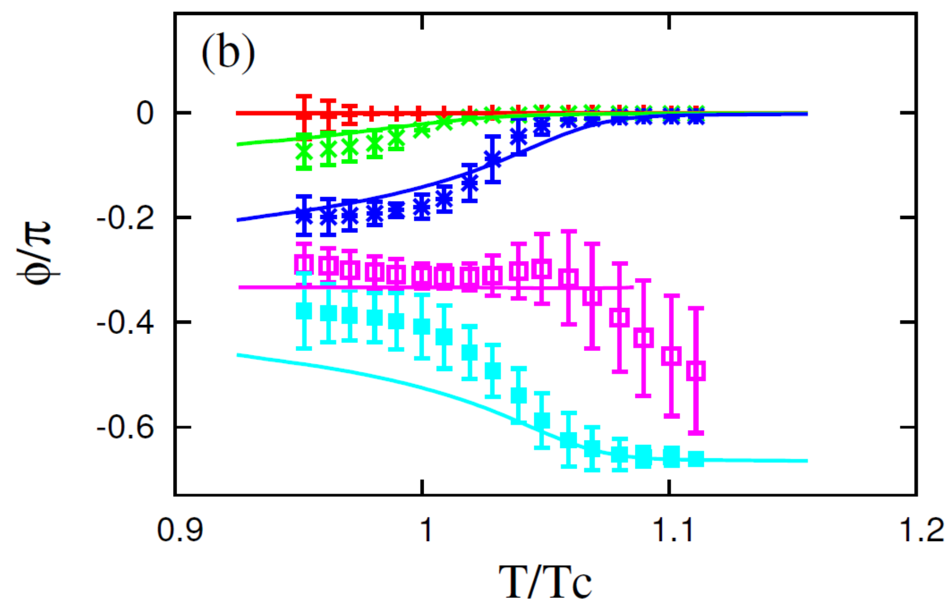
$$\Phi = \mathrm{tr_c} L = |\Phi| e^{i\phi}$$

LQCD/ Forcrand, Philipsen, Nucl. Phys. B642, 290 (2002).

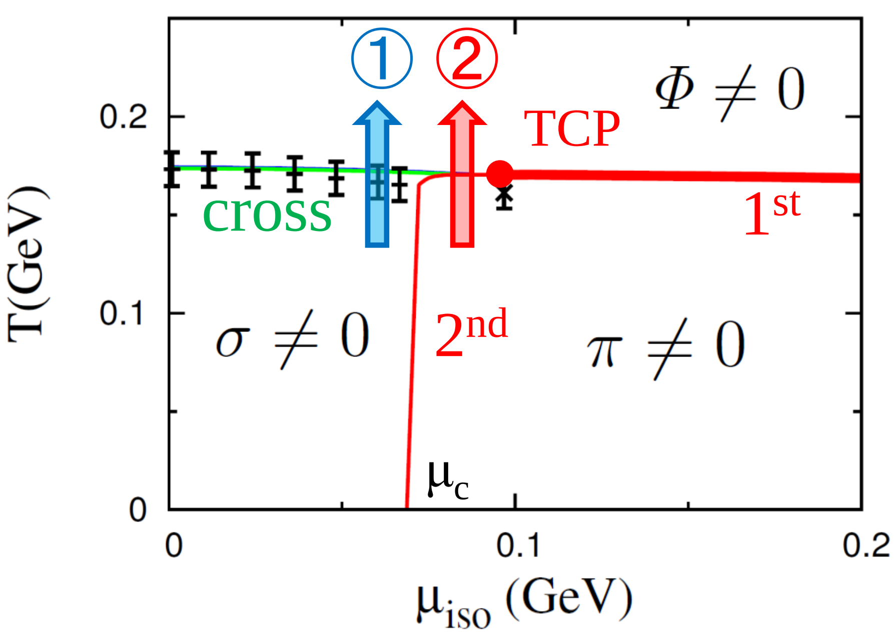
θ_q 依存性



温度依存性



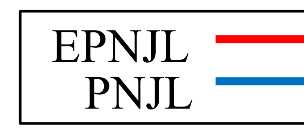
実数アイソスピン化学ポテンシャル

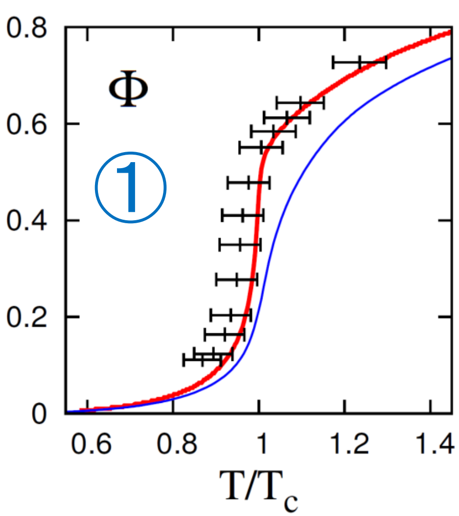


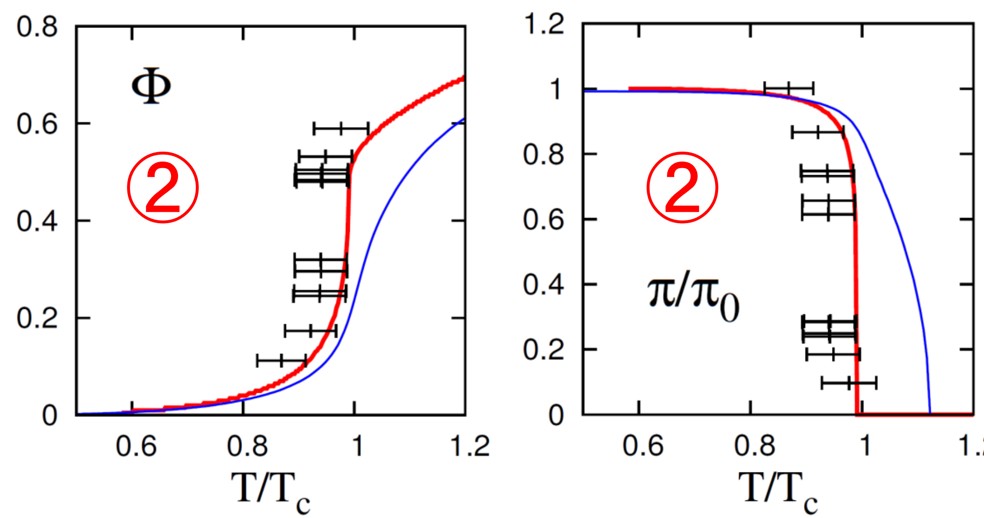
EPNJL模型の構築 @ 虚数μ

EPNJL模型の妥当性の確認
@ アイソスピンμ

LQCD/ Kogut, Sinclair , Phys. Rev. D70, 094501 (2004).



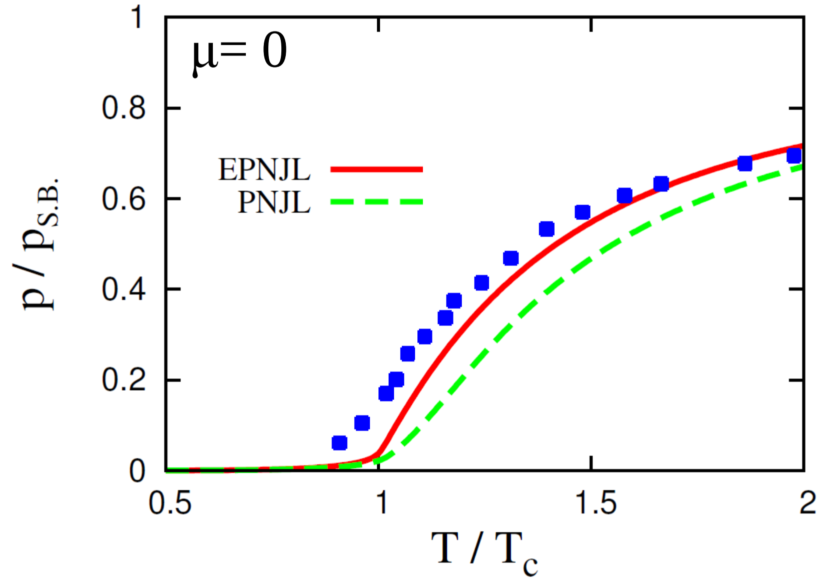


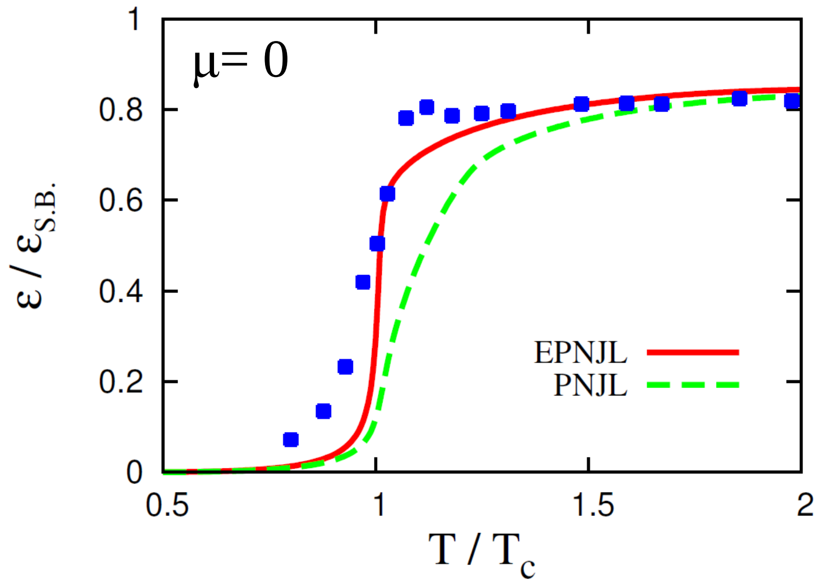


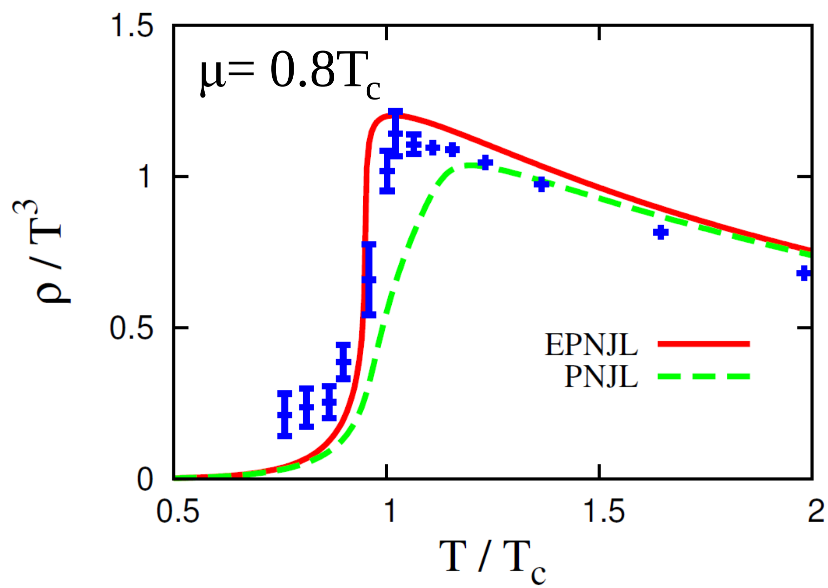
実数クォーク化学ポテンシャル

状態方程式に対して格子QCDをよく再現する。

Khan, *et al*, Phys. Rev. D64, 074510 (2001).
Allton, *et al*, Phys. Rev. D68, 014507 (2003).



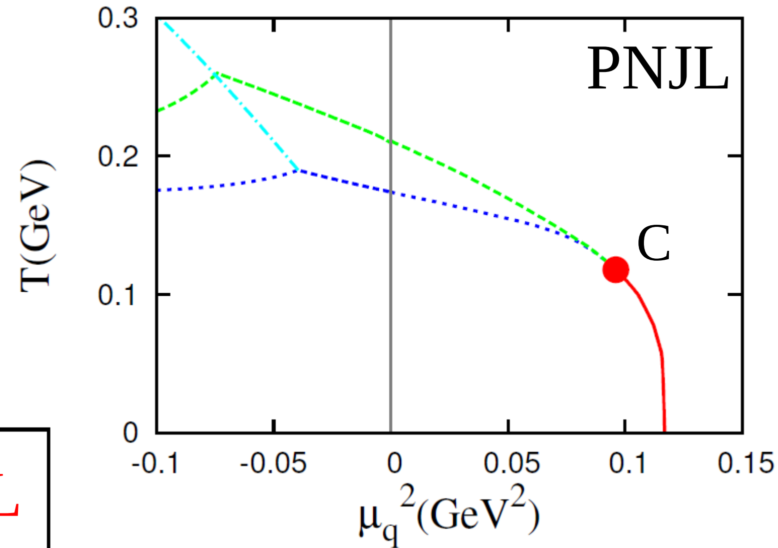


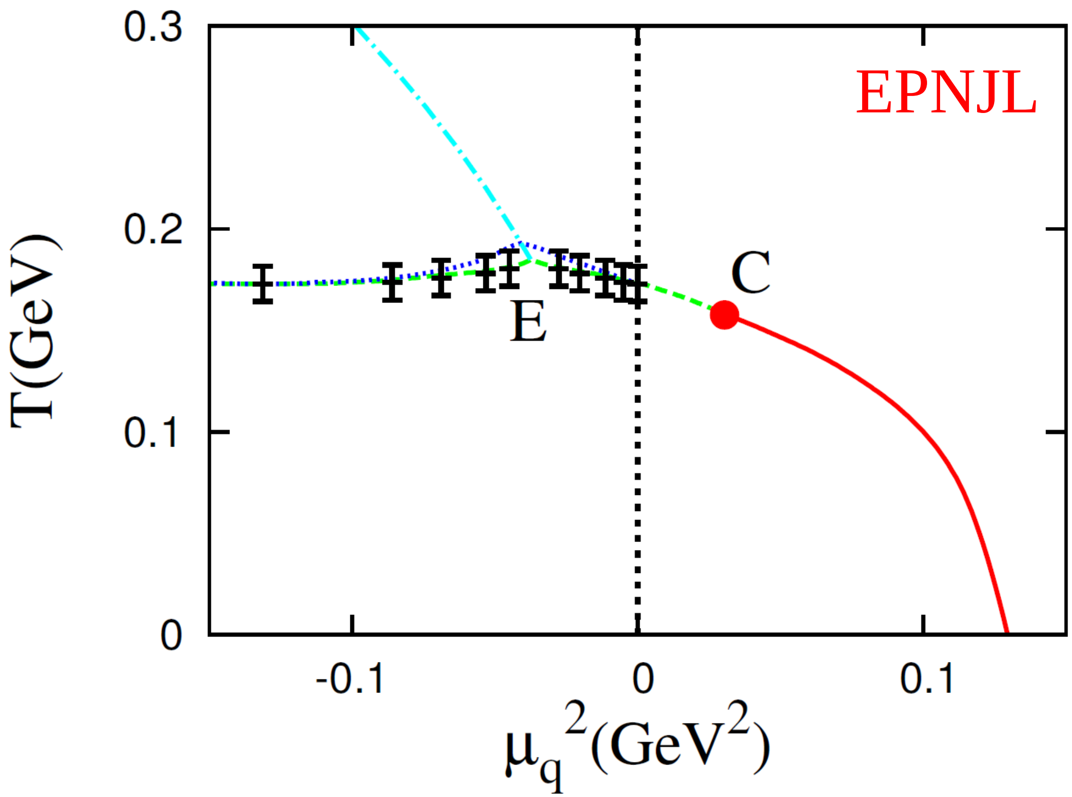


相図　@実数クォークμ

閉じ込めとカイラルの強相関

カイラル相転移を強め、
　1次相転移の領域が低密度へ広がる。





まとめ

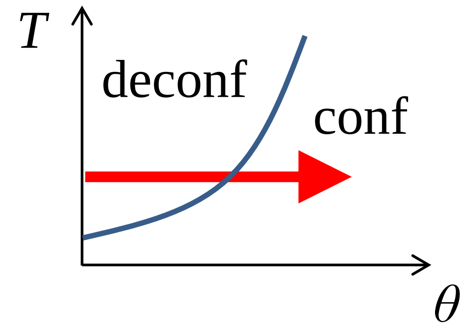
符号問題のない領域は、模型の妥当性を確かめるのに有効である。

PNJL模型は虚数μでもアイソスピンμでも定性的によく再現する。

しかし、閉じ込め相転移とカイラル相転移の相関が弱いため
両者は一致しない → 相関の強い模型を考案した。

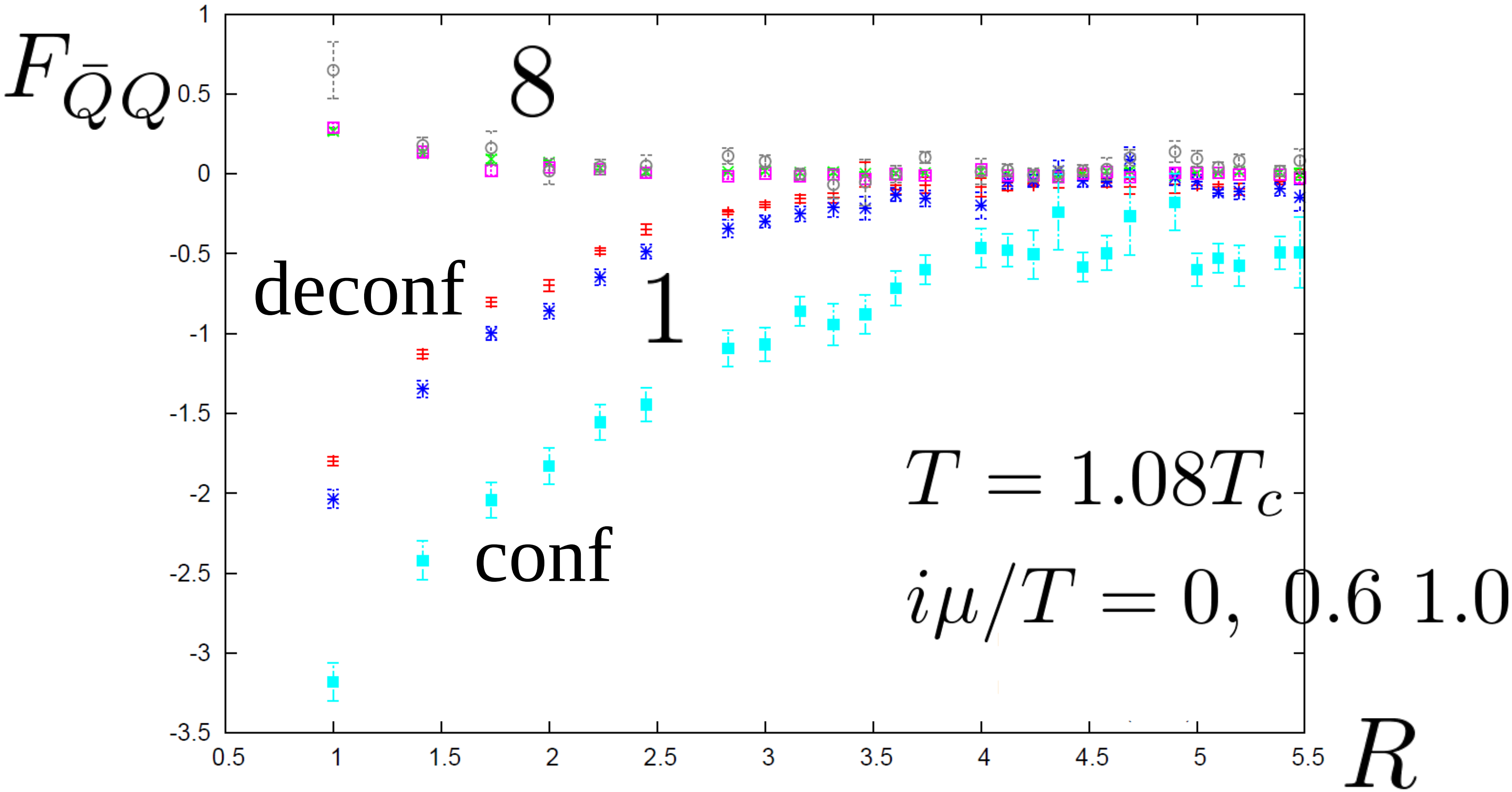
今後は、虚数μでの格子QCD計算を行う予定。

最近の研究



虚数μでの格子QCD計算（高橋）

$$e^{-F_{\bar{Q}Q}/T} \sim \langle \mathrm{tr_c} L^\dagger(R) \mathrm{tr_c} L(0) \rangle$$

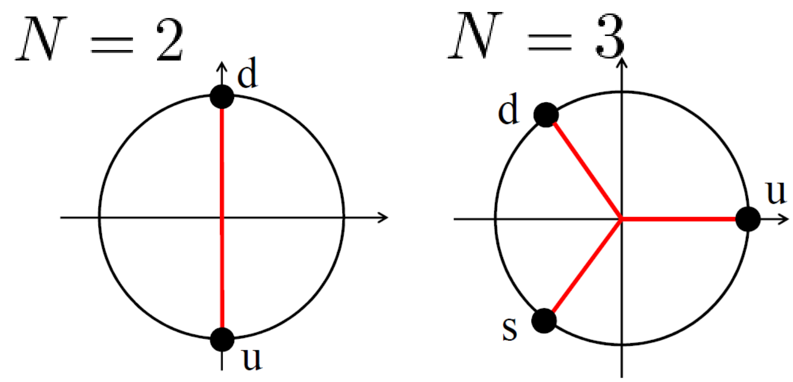


最近の研究

特殊な虚数μでの閉じ込め相転移（河野）

$$w \sim e^{i\theta}\mathrm{tr_c}L + e^{-i\theta}\mathrm{tr_c}L^\dagger$$

$$N \equiv N_c = N_f$$



$\mathbb{Z}_N$ 対称な理論を作ることができる。

$\theta_f = \theta_0 + 2\pi f/N$　フレーバー化学ポテンシャル

$\mathrm{tr_c}L \to e^{-i2\pi k/N}\mathrm{tr_c}L$　　$\mathbb{Z}_N$ 変換

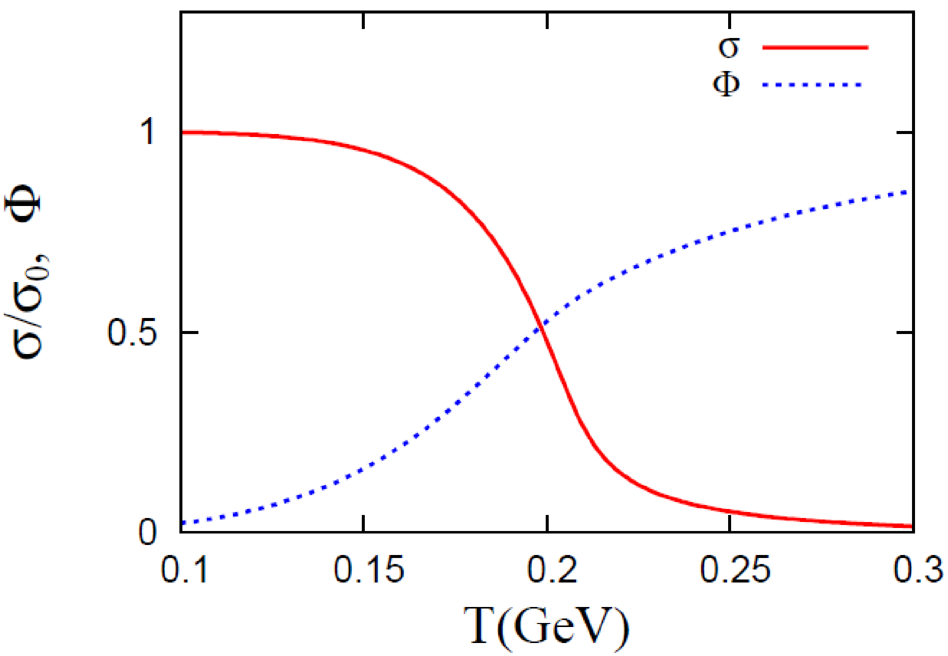
$f' = f - k$　フレーバーの再定義で元に戻る (不変)

QCD with Z_N symmetry

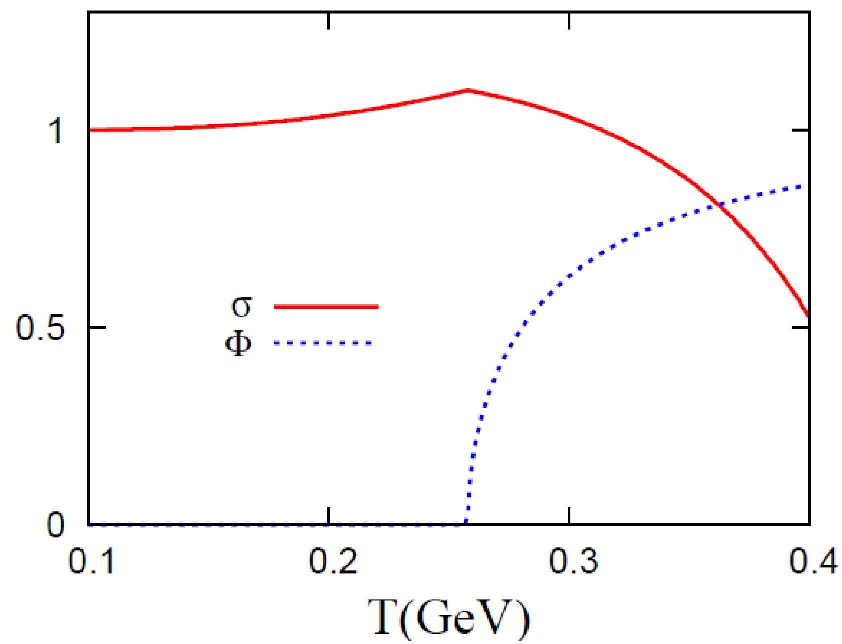
閉じ込め相転移：クロスオーバーじゃなく厳密な相転移になる。

$$N = 2$$

クロスオーバー



厳密な相転移



最近の研究

カイラルμ＋アイソスピンμでの相図（初田、Mao）

$$\mathcal{L}_{\mathrm{NJL}} + \mu_I(n_u - n_d) + \mu_5(n_R - n_L)$$

格子QCD計算可能