2015年度 前期課程　　物理学・電磁気Aコース　例題1　　9月25日

担当教員: 松井哲男　　クラス：1年理I（19、20）、理II, III（1－4）

---

1. （クーロン力と重力）クーロン力と重力の大きさの比を、水素原子を構成する陽子と電子の系で計算しなさい。但し、陽子の電荷を $e_p = e = 1.6 \times 10^{-19}$C、質量を $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$kg、電子の電荷を $e_e = -e$、質量を $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$kg、クーロン定数を $k = 9.0 \times 10^9$ N·m/C^2、ニュートンの重力定数を $G = 6.7 \times 10^{-11}$N·m/kg^2 としなさい。

2. （電気双極子の作る電場）二つの正負の電荷 q と $-q$ が、それぞれ $\mathbf{r}_1 = (-d/2, 0, 0)$ と $\mathbf{r}_2 = (d/2, 0, 0)$ に置かれている [図1(a)] 。　重ね合わせの原理を用いて、この電気双極子が $\mathbf{r} = (x, y, z)$ の位置に作る電場を求めなさい。この計算には、$d << r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ として、近似式 $(1+x)^\delta \simeq 1 + \delta x$ を用いなさい。

3. （電気四重極子の作る電場）二つの電気双極子の向きを逆にして片端を重ねた電荷配位を考える。すなわち、2つの正の電荷 q を、$\mathbf{r}_\pm = (\pm d, 0, 0)$ におき、座標軸の原点 $\mathbf{r}_0 = (0, 0, 0)$ にこれを打ち消す逆符号の電荷 $-2q$ を置く [図1(b)]。この電荷配位（電気四重極子）が z 軸上の点 $\mathbf{r} = (0, 0, z)$ に作る電場を求めよ。

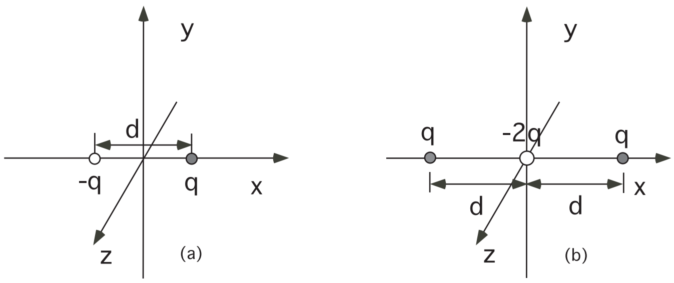

図 1: 電気双極子 (a) と電気四重極子 (b)

4. （直線上に分布した電荷のつくる電場）x 軸上に線密度 λ で一様に分布した電荷のつくる電場を求めなさい。

5. （円周上に分布した電荷のつくる電場）xy 平面上で原点を中心とした半径 R の円を考える。この円周上に線密度 λ で一様に分布した電荷が z 軸の上の点 $\mathbf{r} = (0, 0, z)$ につくる電場を求めなさい。

6. （立体角）地上から太陽を見たときの立体角を計算しなさい。ただし、太陽の半径を 6.96×10^8m、地球から太陽までの平均距離を 1.50×10^{11} m として計算しなさい。同じ計算を月にたいして行い比較しなさい。ただし、月の半径は 1.74×10^6 m、地球からの平均距離を 3.84×10^8m としなさい。1円玉（半径1cm）を目からどれだけ遠ざけたとき、その立体角が太陽の立体角と同じになるか？

7. （Gauss の法則の応用）上の例題3）をガウスの法則

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q_{\rm tot}}{\epsilon_0} \tag{1}$$

を使って解きなさい。

8. （一様に帯電した球殻の作る電場）半径 R の絶縁体球から、まん中に半径が $R'(< R)$ の球をくり抜き、残った球殻を電荷密度 ρ で一様に帯電させる [図2(a)]。この球対称電荷分布が作る電場を求めなさい。

図 2: 一様電荷分布した球殻 (a) とその変形 (b)

9. （重ね合わせの原理と Gauss の法則の併用）上の問題でくり抜いた球の中心が元の球の中心からずれたときの電場は球対称とならない [図 2(b)]。この場合でも、重ね合わせの原理を使って Gauss の法則から電場を簡単に求めることができる。空洞の中心が x 軸方向に $d(< R - R')$ ずれた場合の電場を計算しなさい。

10. （電場の線積分）電場の任意の閉曲線に沿っての線積分が

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \tag{2}$$

となることを証明しなさい。

11. （静電ポテンシャル）上の関係より、ポテンシャル関数 $\phi(\mathbf{r})$ を

$$\phi(\mathbf{r_B}) - \phi(\mathbf{r_A}) = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \tag{3}$$

で導入する。座標の原点に置かれた点電荷 q の作る静電ポテンシャルを求めなさい。

12. （静電ポテンシャルと電場）静電ポテンシャル $\phi(\mathbf{r})$ が与えられた時、対応する電場は

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\phi(\mathbf{r}) \tag{4}$$

で与えられることを示しなさい。ここで、∇ 記号（ナブラ）は

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \tag{5}$$

で定義される微分演算子である。

13. （電気双極子のポテンシャル）問題 2 の電気双極子のつくる静電ポテンシャルを求め、(4) を使ってその電場を計算しなさい。

14. （球殻電荷分布のポテンシャル）問題 8 の球殻の一様電荷分布のつくる静電ポテンシャルを求め、(4) を使ってその電場を計算しなさい。